

# ATIVIDADE ACOMPANHADA

DISCIPLINA: FUNDAMENTOS DA FÍSICA EXPERIMENTAL CÓDIGO: FI73H-S81  
DATA DA AULA: 17/03/2020

SEGUNDO A RESOLUÇÃO nº 71/2018 - COGEP

“As Atividades Acompanhadas caracterizam-se pela execução em condições específicas, de atividades designadas pelos professores e realizadas pelo aluno que, se cumpridas a contento, substituirão a presença nas aulas.”

SEGUNDO AS AÇÕES CONTINGENCIAIS PROGRAD DA UTFPR DIVULGADAS EM 16/03/2020: Todos os alunos estão automaticamente, a partir de hoje, no regime de “atividades acompanhadas”. Assim as aulas serão desenvolvidas, nessas duas semanas, com essas características”

ATENÇÃO: PARA QUE O ESTUDANTE NÃO RECEBA FALTA NO DIA DE AULA CORRESPONDENTE A ATIVIDADE ACOMPANHADA, ESTE DEVERÁ ENVIAR AO PROFESSOR POR EMAIL OS EXERCÍCIOS SOLICITADOS REFERENTES A ATIVIDADE. MANDAR EM UM EMAIL DE RESPOSTA AO RECEBIDO PARA QUE ENTRE NO MESMO ASSUNTO. OS EXERCÍCIOS DEVEM SER ANEXADOS AO EMAIL. PODEM SER DIGITALIZADOS OU FEITOS A MÃO E ENVIADOS COMO FOTO DE BOA QUALIDADE.

---

## CONTEÚDO DA AULA: Propagação de incertezas.

**Contextualização:** Estudamos nas aulas anteriores as incertezas que estão presentes num processo de medição e aprendemos como fazer um tratamento estatístico destas incertezas e como representar corretamente o resultado da medição. No entanto, muitas vezes fazemos medições com o intuito de obter uma outra grandeza. Por exemplo, quando queremos determinar a velocidade  $v$  de um móvel em MRU, medimos o tempo  $t$  gasto para percorrer uma distância  $d$ . A velocidade é então calculada usando os valores medidos de distância e tempo. Porém, como as incertezas são inerentes ao processo de medição, existem incertezas nos valores de tempo e distância medidos. Portanto, existe uma incerteza na velocidade calculada. Qual o valor desta incerteza? Nesta aula, aprenderemos como propagar as incertezas das medições para a grandeza derivada. **A propagação de incertezas ocorre quando uma grandeza é obtida indiretamente a partir de valores obtidos experimentalmente para outras grandezas.** Na apostila é apresentada a expressão geral para a propagação que exige conhecimentos sobre derivação. No entanto, também são fornecidas fórmulas prontas para as operações mais comuns, sendo que estas são derivadas da expressão geral.

### Desenvolvimento:

1- **LEIA A APOSTILA COM ATENÇÃO.** Esta atividade acompanhada prevê a leitura das páginas 15 e 16 (item 3.1) da apostila do curso.

2- **VEJA O EXEMPLO.** A seguir é apresentado um exemplo de aplicação do conteúdo trabalhado no item 3.1 da apostila.

**Propague as incertezas nos tamanhos dos lados A e B de um retângulo para o seu perímetro e para a sua área.**

$$A \pm \sigma_A = (8,42 \pm 0,33) \text{ cm}$$

$$B \pm \sigma_B = (5,37 \pm 0,35) \text{ cm}$$

**PERÍMETRO:** O perímetro é dado pela soma dos lados. Logo podemos calcular o perímetro como:

$$P = A + A + B + B = 2A + 2B = 2(A + B)$$

Como a equação do perímetro envolve a soma de grandezas medidas que são multiplicadas por uma constante, podemos usar as fórmulas de propagação (11) e (13) da apostila, transcritas abaixo:

---

a) Se a grandeza é obtida pela soma ou subtração:

$$w = x \pm y \pm z \pm \dots \quad (10)$$

A incerteza propagada é calculada como:

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \dots} \quad (11)$$

Onde  $\sigma_x, \sigma_y, \text{ e } \sigma_z$  são as incertezas padrão associadas com cada uma das grandezas medidas diretamente.

b) Se a grandeza é obtida por uma relação linear:

$$w = ax + b \quad (12)$$

Onde  $a$  e  $b$  são constantes, a incerteza propagada será dada por:

$$\sigma_w = |a| \sigma_x \quad (13)$$

---

Voltando ao perímetro:

$$P = 2(A + B)$$

A equação do perímetro se iguala a (12), se fizermos:

$$P=w, a=2, x=(A+B) \text{ e } b=0$$

Então podemos usar (13) para encontrar a incerteza em  $w$ , ou seja, a incerteza em  $P$ . Lembrando que  $x$  corresponde a soma  $(A+B)$ :

$$\sigma_P = 2 \sigma_{(A+B)} \quad (I)$$

Como somente temos as incertezas em  $A$  e em  $B$ , precisamos propagar estas incertezas para a soma  $(A+B)$ . Para isso, comparamos esta soma com (10) e usamos (11):

$$W=(A+B), x=A, y=B, z, \dots = 0$$

Observem que em (10) pode ser uma soma ou uma diferença entre grandezas. A fórmula de propagação (11) é a mesma nos dois casos.

Usando (11) temos:

$$\sigma_{(A+B)} = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I) temos a expressão final para a incerteza no perímetro:

$$\sigma_P = 2\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (III)$$

ÁREA: A área do retângulo é dada pelo produto dos lados, ou seja,  $\text{ÁREA} = A \times B$ .

Neste caso iremos usar a fórmula de propagação (15) da apostila.

---

c) Se a grandeza é obtida pelo produto ou por uma razão:

$$w = xy \text{ ou } w = \frac{x}{y} \quad (14)$$

Nestes casos a incerteza propagada será:

$$\sigma_w = w \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2} \quad (15)$$

**Comparando a expressão da área com a equação (14) temos que:**  
 $w = \text{ÁREA}$ ,  $x = A$ ,  $y = B$

**Usando (15) encontramos a incerteza propagada para a área:**

$$\sigma_{\text{ÁREA}} = \text{ÁREA} \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} \quad (IV)$$

Vamos agora calcular o Perímetro e a Área do retângulo e as incertezas propagadas usando os valores numéricos fornecidos.

$$A \pm \sigma_A = (8,42 \pm 0,33) \text{ cm}$$

$$B \pm \sigma_B = (5,37 \pm 0,35) \text{ cm}$$

$$P = 2(A + B) = 2(8,42 + 5,37) = 13,79 \text{ cm}$$

$$\sigma_P = 2\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = 2\sqrt{0,33^2 + 0,35^2} = 0,962081077 \text{ cm} = 0,96 \text{ cm}$$

O valor do perímetro é:  $(13,79 \pm 0,96) \text{ cm}$

$$\text{ÁREA} = A \times B = 8,42 \times 5,37 = 45,2154000 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{ÁREA}} = A \cdot B \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} = 8,42 \cdot 5,37 \sqrt{\left(\frac{0,33}{8,42}\right)^2 + \left(\frac{0,35}{5,37}\right)^2} = 3,438771206 \text{ cm}^2$$

O valor da área é:  $(45,2 \pm 3,4) \text{ cm}^2$

Observem que usamos os conhecimentos adquiridos na aula anterior sobre algarismos significativos e arredondamentos para expressar corretamente os resultados.

### **3- RESOLVA OS EXERCÍCIOS 7 E 8 DA APOSTILA E ENVIE POR EMAIL ATÉ SEXTA-FEIRA.**

**Dica:** Para o caso do volume do paralelepípedo, será necessário propagar as incertezas dos 3 lados. Nesse caso também usa-se a fórmula (15) da apostila introduzindo mais uma variável:

$$\sigma_V = \bar{V} \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2}$$

Onde x, y e z são os lados do paralelepípedo.