RESOLUÇÃO COMENTADA DAS AAs DE 16/03/2020 E DE 17/03/2020

Exercício 5: Um resultado experimental e a respectiva incerteza padrão são calculados, obtendo-se:

$y = 0{,}0004639178$ m

$\sigma = 0{,}000002503$ m

Represente corretamente estas grandezas (em metros e em milímetros) levando em conta as regras aprendidas de algarismos significativos e arredondamentos. Usar notação científica se necessário.

Resolução:

Passo 1: Verificar qual é o primeiro algarismo significativo da incerteza (Primeiro algarismo do número que é diferente de zero).

$\sigma = 0{,}00000\mathbf{2}503$ m (2 na sexta casa decimal)

Passo 2: Arredondar a incerteza. Neste caso devemos usar 2 significativos e portanto, temos que arredondar o 5.

$\sigma = 0{,}0000025030$ m Depois do 5 vem o conjunto 030. Arredondamento para baixo

$\sigma = 0{,}0000025$ m (a incerteza é dada com 7 casas decimais)

Passo 3: Arredondar o valor da grandeza para que este seja apresentado com o mesmo número de casas decimais da incerteza. Assim, contamos as 7 casas decimais e arredondamos. Depois do 9 vem o conjunto 178, então o arredondamento é feito para baixo, ou seja, eliminamos simplesmente os números após o 9.

$y = 0{,}0004639178$ m

$y = 0{,}0004639$ m

Passo 4: Expressamos corretamente o resultado.

$y = (0{,}0004639 \pm 0{,}0000025)$ m

Como os valores são pequenos o ideal é utilizar notação científica ou mudar a unidade.

$y = (4{,}639 \pm 0{,}025) \text{x } 10^{-4}$ m

Notem que: A grandeza e a sua incerteza são multiplicadas pela mesma potência de dez. A potência de dez é escolhida de tal forma que a grandeza fique na notação científica, com somente 1 algarismo antes da vírgula.

Transformando unidade:

$$y = (0{,}0004639 \pm 0{,}0000025)\ \text{m} = (0{,}0004639 \pm 0{,}0000025)\text{x}10^3\ \text{mm}$$
$$= (0{,}4639 \pm 0{,}0025)\ \text{mm}$$

$y = (4{,}639 \pm 0{,}025)\ \text{x}\ 10^{-1}\ \text{mm}$

Exercício 6:

a) Escrever em m, cm, mm: 0,0035 km = 3,5 m= 350 cm= 3500 mm

b) Escrever em m^2, cm^2, mm^2: 0,0035 km^2 = 3500 m^2 = 3,5 x 10^7 cm^2=3,5 x 10^9 mm^2

Passo a passo:

0,0035 km^2 = 0,0035 x $(10^3\ m)^2$= 0,0035 x $10^6\ m^2$ = 3500 m^2 = 3500 x $(10^2\ cm)^2$ =3500 x $10^4\ cm^2$ = 3,5 x $10^7\ cm^2$= 3,5 x 10^7 x $(10\ mm)^2$ = 3,5 x 10^7 x $10^2\ mm^2$ =3,5 x $10^9\ mm^2$

c) Escrever em cm^3: 3875 mm^3 = 3875 x $(10^{-1}\ cm)^3$= 3875 x $10^{-3}\ cm^3$

= 3,875 cm^3

d) Escrever corretamente em cm^3: (3875 ± 247) mm^3 = (3,88 ± 0,25) cm^3

Passo a passo:

Como a incerteza em mm^3 é maior do que 99, temos que usar notação científica ou mudar a unidade. No caso foi solicitada a mudança de unidade.

(3875 ± 247) $(mm)^3$ = (3875 ± 247) x $(10^{-1}\ cm)^3$ = (3875 ± 247) x $10^{-3}\ cm^3$ = (3,875 ± 0,247) cm^3.

Agora verificamos qual é o primeiro algarismo significativo da incerteza.

(3,875 ± 0,**2**47) cm^3

Então a incerteza deve ser apresentada com 2 algarismos significativos (temos que arredondar o 4). Como depois do 4 vem o conjunto 700, arredondamos para cima.

(3,875 ± 0,25) cm^3

O próximo passo é arredondar a grandeza para que esta tenha o mesmo número de casas decimais da incerteza (duas casas decimais). Como depois do 7 vem o conjunto 500, o arredondamento é para cima, para que o número anterior seja par.

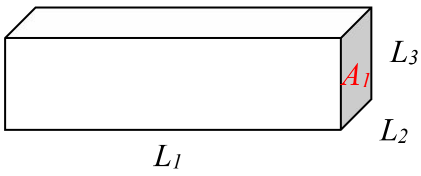
(3,88 ± 0,25) cm^3

Exercício 7: Considere a peça retangular com as seguintes medidas:

L_1 =(50,00±0,05) mm

L_2 =(20,00±0,05) mm

L_3 =(15,00±0,01) mm



a) Determine a área A_1 com a incerteza correspondente.

$A_1 = L_2 \times L_3 = 20,00 \times 15,00 = 300,0000\ \text{mm}^2$

Como a área é dada pelo produto de duas grandezas medidas, podemos usar a fórmula de propagação (15) da apostila. Onde x=L_2; $y=L_3$; $w=A_1$

$$\sigma_{A_1} = A_1\sqrt{\left(\frac{\sigma_{L_2}}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L_3}}{L_3}\right)^2} = 300,00\sqrt{\left(\frac{0,05}{20,00}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{15,00}\right)^2} = 0,776208735\ \text{mm}^2$$

Agora expressamos corretamente o resultado:

$(300,00 \pm 0,78)\ \text{mm}^2$

Ou

$(300,0 \pm 0,8)\ \text{mm}^2$

OBS: Como o primeiro algarismo significativo da incerteza é 7, a incerteza pode se apresentada com 1 ou dois significativos.

b) Determine o volume V desta peça com a incerteza correspondente.

$V = L_1 \times L_2 \times L_3 = 50,00 \times 20,00 \times 15,00 = 15000,00000\ \text{mm}^2$

Como o volume também é dado pelo produto de grandezas medidas, podemos novamente usar a fórmula de propagação (15) da apostila expandindo-a para 3 grandezas medidas. com x=L_1; $y=L_2$; $z=L_3$ e $w=V$.

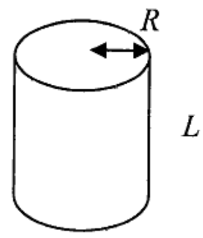
$$\sigma_V = V\sqrt{\left(\frac{\sigma_{L_1}}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L_2}}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L_3}}{L_3}\right)^2} = 15000,00\sqrt{\left(\frac{0,05}{50,00}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{20,00}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{15,00}\right)^2} = 41,608292244\ \text{mm}^2$$

Agora expressamos corretamente o resultado:

$(15000 \pm 42)\ \text{mm}^2$

Observem que as equações de propagação da apostila podem ser expandidas para mais de 2 grandezas como fizemos no caso do volume.

Exercício 8: Considere um cilindro de altura ($L \pm \sigma_L$) e raio ($R \pm \sigma_R$). Encontre as relações que fornecem: a área da base A, o volume do cilindro V, e as incertezas propagadas para estas grandezas.



Área da base: $\boxed{A = \underbrace{\pi}_{\text{cte}} \underbrace{R^2}_{\text{variável}}}$ $\Rightarrow$ A é dada pela multiplicação de uma constante por uma variável

Usamos a fórmula de propagação (13) da apostila com $|a| = \pi$; $\sigma_w = \sigma_A$ e $\sigma_x = \sigma_{R^2}$

- Observem que comparando a equação da área com a equação (12) da apostila temos que: $w = A$; $a = \pi$; $x = R^2$; $b = 0$

Então, de (13) temos que:

$$\sigma_A = \pi \, \sigma_{R^2} \qquad (I)$$

Como foi medido o raio R e não R^2, somente temos a incerteza em R. Então temos que fazer a propagação da incerteza em R para o R^2. Para tanto usamos a equação de propagação (17) da apostila com $\sigma_w = \sigma_{R^2}$; $w = R^2$; $p = 2$; $\sigma_x = \sigma_R$; $x = R$.

- Observem que comparando (16) com $w = R^2$ temos que $x = R$; $p = 2$; $q = 0$

Então, de (16) temos que:

$$\sigma_{R^2} = R^2 \sqrt{\left(\frac{2\sigma_R}{R}\right)^{\cancel{2}}} = \cancel{R^2}\, \frac{2\sigma_R}{\cancel{R}} = 2R\sigma_R \qquad (II)$$

Substituindo (II) em (I) encontramos a incerteza propagada da medição do raio para a área.

$$\boxed{\sigma_A = 2\pi R \sigma_R} \qquad (III)$$

Volume do cilindro: $\boxed{V = A \cdot L}$ (IV) $\Rightarrow$ V é dado pelo produto entre a área da base A e a altura L.

Como já encontramos anteriormente a área da base e sua incerteza, podemos encontrar facilmente a incerteza propagada para o volume usando a equação (15) da apostila com $\sigma_w = \sigma_V$; $w = V$; $\sigma_x = \sigma_A$; $x = A$; $\sigma_y = \sigma_L$; $y = L$

Então de (15) temos que:

$$\sigma_V = V\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2} \quad \text{(V)}$$

Podemos ainda substituir a área por πR^2 e σ_A por $2\pi R \sigma_R$ (III):

$$\sigma_V = V\sqrt{\left(\frac{2\pi R\sigma_R}{\pi R^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2}$$

$$\boxed{\sigma_V = V\sqrt{\left(\frac{2\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2}} \quad \text{(VI)}$$