Material complementar de física 4 **Professores: Márcia e Fabris**

Radiação térmica e a constante de Planck

Em 14 de dezembro de 1900, Max Planck apresentou a Sociedade Alemã de Física o seu artigo sobre a "Teoria da lei de distribuição de energia do espectro normal". Neste artigo Plank tentava explicar as propriedades observadas da radiação térmica que é a radiação eletromagnética emitida pelos corpos aquecidos. O trabalho de Planck foi o início de uma revolução na física, e a data da sua apresentação marca o nascimento da Física Quântica. Este trabalho juntamente com a explicação de uma série de resultados experimentais observados no final do século XIX e início do século XX, levou a concepção das idéias fundamentais da Teoria Quântica. Tais observações mostraram que as leis da física clássica não se aplicavam a sistemas microscópicos e, portanto surgiu a necessidade de uma nova teoria.

A teoria quântica foi o resultado do trabalho de vários cientistas na busca pela explicação de fatos que inicialmente pareciam não ter relação uns com os outros. Só quase em 1930 surgiu uma teoria coerente formulada por Schrödinger e outros.

Assim como acontece com a Teoria da Relatividade, a Teoria Quântica é uma generalização da Teoria Clássica, ou seja, nos limites de baixas velocidades e corpos macroscópicos estas duas recaem num caso especial que é a Teoria Clássica.

Dentre as observações experimentais e suas explicações que contribuiram para o desenvolvimento da antiga teoria quântica iremos estudar:

- Radiação de corpo negro
- Efeito fotoelétrico
- Espectros de rais dos átomos em descargas de gás

Radiação de corpo negro

A temperaturas usuais, a maioria dos corpos é visível para nós não pela luz que emitem mas pela luz que refletem, ou seja, se nenhuma luz incidir sobre eles, não os podemos ver. No entanto, quando estes corpos são aquecidos eles passam a Ter uma luminosidade própria resultante da radiação térmica do corpo. De toda a radiação térmica emitida pelos corpos aquecidos cerca de 90% se encontra na região do infravermelho e, portanto para que os corpos aquecidos possam ser vistos pelo ser humano eles precisam estar muito quentes.

Podemos usar como exemplo o carvão usado nas churrasqueiras, ou um pedaço de ferro que esteja sendo aquecido. No início do aquecimento podemos sentir facilmente a radiação térmica emitida colocando a mão perto do corpo, porém ainda não é possível ver nenhuma luz emitida. Estes corpos só passam a ser visíveis quando a sua temperatura aumenta ainda mais. É possível observar que a cor da luz emitida depende da temperatura do corpo, sendo inicialmente vermelho-escuro passando pelo vermelho-claro, amarelo até que a temperaturas muito elevadas a luz é branco-azulada.

No início de século XX os cientistas se interessaram pelo estudo da distribuição espectral desta radiação em função da temperatura. No entanto, esta distribuição depende não só da temperatura mas também da constituição do material do qual o corpo é formado o que torna o seu estudo difícil. Este problema foi resolvido por meio da concepção de um irradiador ideal conhecido como "corpo negro".

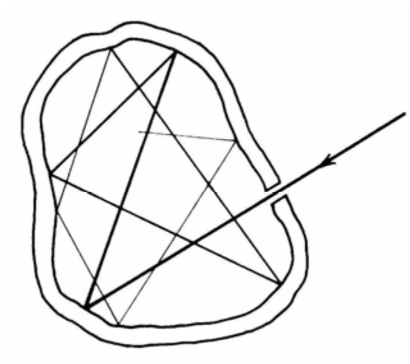
Definição: Sistema ideal capaz de absorver toda a radiação incidente sobre ele.

No equilíbrio térmico as taxas de emissão e absorção de energia de um corpo são iguais, ou seja:

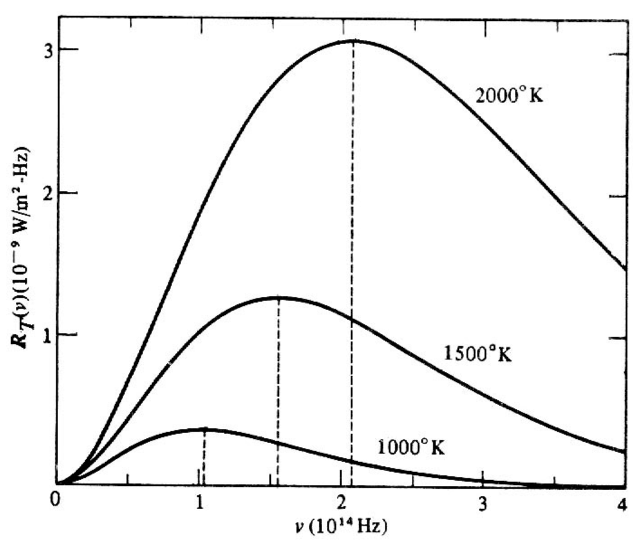
Se um corpo tem uma absortividade de 100%, e portanto absorve toda a radiação incidente sobre ele independentemente do comprimento de onda desta radiação, a sua emissividade também será de 100% independentemente do comprimento de onda. Assim, a emitância radiante de um corpo negro é função só da temperatura, enquanto que, a emitância radiante de um corpo não-negro depende tanto da temperatura quanto da sua constituição. A emitância radiante é a potência radiante total emitida por unidade de superfície do corpo.

Aproximação experimental de um corpo negro

Um corpo negro pode ser aproximado experimentalmente por uma cavidade cujas paredes são mantidas a uma temperatura uniforme, que se comunica com o exterior por meio de um orifício de diâmetro pequeno em comparação com as dimensões da cavidade. Podemos entender porque esta cavidade pode ser considerada um corpo negro se imaginarmos o que acontece com a radiação que entra através do orifício. Qualquer que seja o comprimento de onda desta radiação, ela será parte absorvida e parte refletida inúmeras vezes difusamente pelas paredes da cavidade. Desta forma, a radiação que eventualmente venha a sair da cavidade pelo orifício corresponde somente a uma fração desprezível da radiação incidente, e portanto a cavidade se comporta como um absorvedor ideal. Como um absorvedor ideal também é um irradiador ideal, se a cavidade for aquecida e as suas paredes mantidas a uma temperatura uniforme, esta emitirá uma radiação térmica cuja distribuição térmica dependerá somente da temperatura. É importante salientar que esta é uma característica exclusiva da radiação que é emitida pelas paredes internas da cavidade e que pode ser analisada detetando a fração que sai pelo orifício. As paredes externas continuam emitindo uma radiação térmica cuja distribuição espectral depende da temperatura e da constituição do material.



Distribuição espectral da radiação de um corpo negro



Nota-se que a frequência na qual a radiância é máxima aumenta com a temperatura, e que a área sob a curva que corresponde a potência total emitida por metro quadrado também aumenta com a temperatura. As primeiras medidas de radiância espectral de corpo negro foram realizadas por Lummer e Pringsheim em 1899. Da análise do gráfico é possível ver porque a cor dos objetos aquecidos muda com a variação da temperatura. Quanto maior a temperatura do corpo mais deslocada para maiores frequências (menores comprimentos de onda) está a distribuição.

$R_T(\nu)\,d\nu \rightarrow$ energia emitida por unidade de tempo, entre ν e $\nu+d\nu$, por unidade de área da superfície a temperatura T.

$R_T = \int_0^\infty R_T(\nu)d\nu \rightarrow$ energia total emitida por unidade de tempo e por unidade de área do corpo a temperatura T.

A radiação dentro da cavidade cujas paredes estão a temperatura T tem o mesmo caráter que a radiação emitida pelo orifício. Sendo assim, a densidade de energia $\rho_T(\nu)$ dentro da cavidade é proporcional a radiância $R_T(\nu)$. Onde a densidade de energia $\rho_T(\nu)$ é a energia contida em um volume unitário da cavidade a temperatura T no intervalo de freqüências de ν a $\nu+d\nu$.

Teoria Clássica da radiação de corpo negro

Foi feito o cálculo da densidade de energia da radiação da cavidade usando argumentos clássicos, o qual divergiu dos dados obtidos experimentalmente por meio das medidas de radiância espectral. O cálculo levou em conta as seguintes considerações:

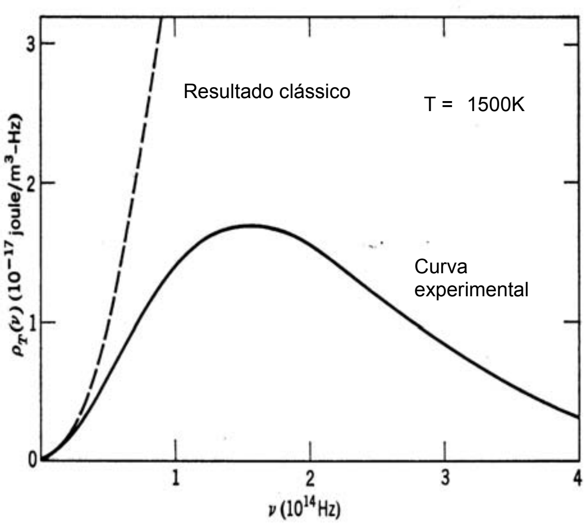
- A radiação eletromagnética na faixa térmica de freqüências é resultado do movimento acelerado dos elétrons da cavidade.
- Estas ondas existirão dentro da cavidade na forma de ondas estacionárias com nós nas paredes (modos de oscilação).
- Conhecendo-se a forma da cavidade é possível fazer um cálculo do número de ondas estacionárias com freqüências entre ν e $\nu+d\nu$.
- A energia média total de cada uma destas ondas no equilíbrio térmico é encontrada com base na teoria cinética clássica dos gases. Pelo teorema da equipartição de energia $\overline{E} = kT$.

Assim, a densidade de energia $\rho_T(\nu)$ pode ser facilmente calculada:

$$\rho_T(\nu) = \frac{n^o \ mod\ osxkT}{volume} = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \qquad (1)$$

sendo esta expressão conhecida como a lei de Rayleigh-Jeans.

Comparação entre a lei de Rayleigh-Jeans os resultados experimentais



A teoria diverge do resultado experimental para altas freqüências (pequenos comprimentos de onda), discrepância conhecida como "catástrofe do ultravioleta".
Planck notou que para baixas freqüências a energia média se aproximava do valor clássico kT, mas que para altasfreqüências esta energia deveria diminuir, ou seja:

$$\overline{E}_{\nu\to 0,\lambda\to\infty} \to kT \qquad (2)$$
$$\overline{E}_{\nu\to\infty,\lambda\to 0} \to 0$$

Sendo assim, a energia média deveria ser dependente da freqüência das ondas. Voltando a lei da equipartição da energia que surge da distribuição de Boltzmann, temos que:

$$P(E) = \frac{e^{-\frac{E}{kT}}}{kT} \qquad (3)$$

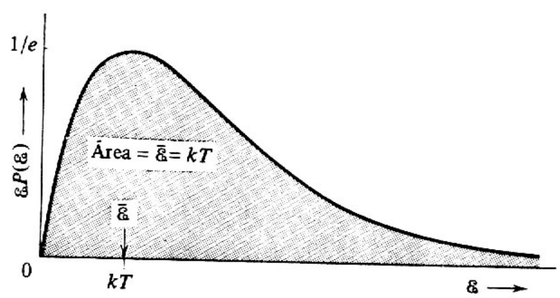
onde P(E) é a probabilidade de encontrar um ente do sistema em equilibrio térmico a temperatura T em um estado com energia E.

O valor médio das energias $\overline{E}$ dos entes do sistema pode ser obtido:

$$\overline{E} = \frac{\int_0^\infty EP(E)dE}{\int_0^\infty P(E)dE} = \frac{kT}{1} \qquad (4)$$

A integral no numerador representa a probabilidade de encontrar um dado ente com energia E multiplicada pela energia E, e a integral do denominador representa a soma das probabilidades de encontrar e ente com qualquer energia E que é 100%.

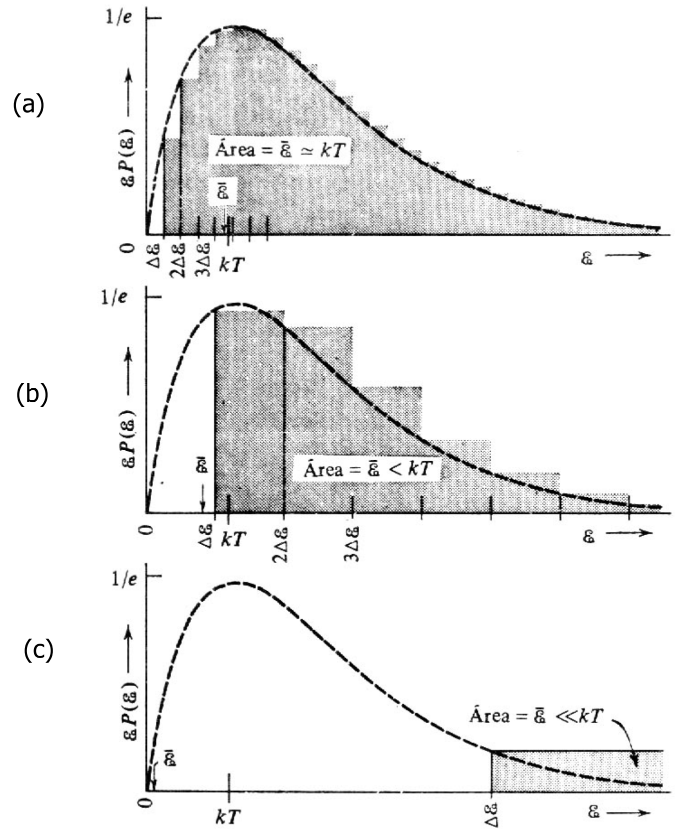
O resultado desta expressão pode ser mostrado por meio de um gráfico.



Nota-se que a integral do numerador na expressão (4) é igual a área sob a curva no gráfico da figura acima, e que desta forma tal área representa a energia média KT.
Planck verificou que as duas situações (A) poderiam ser satisfeitas se a energia fosse uma variável discreta e não contínua como era previsto classicamente. Ou seja, se a integral fosse substituída por um somatório onde as energias pudessem assumir os valores:

E=0,ΔE,2ΔE,3ΔE,...nΔE onde n é um número inteiro (5)

Usando novamente um gráfico podemos analisar o resultado desta consideração. Vamos inicialmente supor que ΔE é pequeno, ou seja, que ΔE<< kT (figura (a)).



A área de cada retângulo representa a energia ΔE vezes a probabilidade de que um ente tenha esta energia. Sendo assim, a soma das áreas de todos os retângulos fornece a energia média. Neste caso tal soma não difere muito do resultado da integral, e a energia média é aproximadamente kT.

Vamos agora supor que ΔE é grande, ou seja, $\Delta E \gg kT$ (figura (c)). Neste caso, a soma das áreas dos retângulos será muito diferente daquela obtida pela integral e a energia média será muito menor.

Para satisfazer as duas condições (2), Planck propôs que a energia emitida pelas paredes da cavidade era uma grandeza discreta e não contínua, e que esta energia dependia da freqüência da radiação.

Assim, com $\Delta E \propto \nu$ tem-se:

$\Delta E \to 0$ quando $\nu \to 0 \Rightarrow \overline{E} \to kT$

$\Delta E \to \infty$ quando $\nu \to \infty \Rightarrow \overline{E} \to 0$

Com estas considerações Planck encontrou um valor para a energia média dado por:

$$\overline{E}(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (6)$$

onde h é uma constante de proporcionalidade de tal forma que $\Delta E = h\nu$.

Fazendo as mesmas considerações de Rayleigh-Jeans mas substituindo a energia média kT pela relação acima, Planck encontrou a expressão para a densidade de energia da cavidade:

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 h\nu}{c^3 e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \qquad (7)$$

Por meio do ajuste desta equação a curva experimental, Planck obteve o valor da constante de proporcionalidade conhecida como constante de Planck.

$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s