

## Teoria Eletromagnética – professores Márcia e Fabris

1860 – James Clerk Maxwell

Unificação: Eletricidade e Magnetismo  $\Rightarrow$  **ELETROMAGNETISMO**

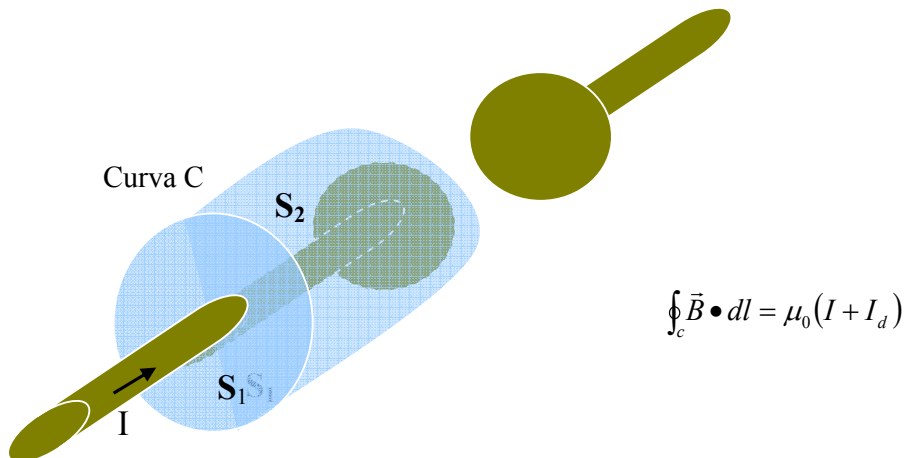
- Leis experimentais da eletricidade e magnetismo  $\Rightarrow$  **EQUAÇÕES DE MAXWELL**
- As 4 equações quando combinadas fornecem uma equação de onda para os campos **E** e **B**.
- A velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo é:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Generalização da Lei de Ampere

Lei de Ampere  $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

Só vale para correntes contínuas ex: Capacitor



$I_d \Rightarrow$  Corrente de deslocamento de Maxwell

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Lei de Ampere generalizada  $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 \left( I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right)$

Justificativa:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\phi_E = \int_S E dA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ_{\text{int}}}{dt}$$

As equações de Maxwell

Lei de Gauss da eletricidade  $\phi_E = \int_S E dA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$

Lei de Gauss do magnetismo  $\phi_B = \int_S B dA = 0$

Lei de Ampere  $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S E dA$

Lei de Faraday  $\oint_c \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B dA$

### MAXWELL E A EQUAÇÃO DE ONDA PARA AS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Por meio das equações de Maxwell é possível compreender o processo pelo qual os campos elétrico e magnético se acoplam e se mantêm, propagando-se através do espaço como uma única entidade, livre de cargas e correntes e sem a necessidade de um meio propagante.

Uma apreciação intuitiva dos processos físicos envolvidos na derivação da equação de onda para as ondas eletromagnéticas pode ser feita por meio de três observações:

- A perpendicularidade dos campos **E** e **B**.
- A simetria das equações de Maxwell
- A interdependência de **E** e **B** nestas equações

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

1- No estudo da eletricidade e do magnetismo existem uma série de relações descritas por produtos vetoriais, ou seja, a ocorrência de um fenômeno gera uma resposta perpendicular. Assim, podemos antecipar a natureza transversal do distúrbio eletromagnético com base nas leis de Ampere e Faraday:

Lei de Ampere: Uma variação temporal de **E** gera um **B** perpendicular a direção de variação de **E**.

Lei de Faraday: Uma variação temporal de **B** gera um **E** perpendicular a direção de variação de **B**.

2- Vamos agora considerar uma carga que é acelerada. Enquanto a carga está parada, existe associado a ela um campo elétrico uniforme radial se estendendo até o infinito. Quando a carga começa a se mover, o campo **E** na vizinhança da carga é alterado, e esta alteração se propaga no espaço a uma certa velocidade finita. Esta variação temporal de **E** induz um campo magnético ( lei de Ampere), e como a carga está acelerada,  $\delta E/\delta t$  não é constante, logo o **B** induzido também é dependente do tempo. Desta forma, a variação temporal do **B** gera um **E** ( lei de Faraday) e o processo continua com **E** e **B** acoplados na forma de um pulso.

Quando um campo muda, este gera um novo campo que se estende um pouco além, e assim o pulso move-se de um ponto para outro do espaço.

Os campos **E** e **B** podem ser considerados mais apropriadamente como dois aspectos de um único fenômeno físico "o campo eletromagnético"cuja fonte é uma carga se movendo. A perturbação é uma onda que se move para longe da fonte e de forma independente desta. Viajando juntos como uma única entidade, os campos **E** e **B** variantes no tempo regeneram um ao outro num ciclo sem fim.

As equações de Maxwell para o espaço livre podem ser manipuladas na forma de duas expressões:

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Relações deste tipo que relacionam variações espaciais e temporais de uma quantidade física, já haviam sido estudadas muito antes do trabalho de Maxwell, e já era sabido que descreviam fenômenos ondulatórios. Usando os valores de  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  Maxwell encontrou.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Este valor teórico estava em concordância com a medida prévia de Fizeau (1849) da velocidade da luz ( 315300 Km/s)

Maxwell comentou:

*"Esta velocidade ( i.e., esta previsão teórica) é tão próxima a da luz, que nos leva a ter fortes razões para concluir que a própria luz (incluindo calor radiante, e outras radiações) é um distúrbio eletromagnético na forma de ondas que se propagam por meio do campo eletromagnético de acordo com as leis eletromagnéticas".*